SUMARÉ
revista acadêmica eletrônica

MODELAGEM MATEMÁTICA: POSSIBILIDADES PARA UM TRABALHO EM SALA DE AULA

Jeferson de Freitas Perez
Faculdade Sumaré
Mestre em Ensino de Ciência e Matemática
jeferson.perez@sumare.edu.br

Rosa Monteiro Paulo
UNESP
Doutora em Educação Matemática
rosa@feg.unesp.br

Sumaré FACULDADE

Revista Acadêmica Eletrônica Sumaré

12ª edição - ano 2015

RESUMO: Neste artigo, sugerimos uma atividade para uso em sala de aula, que utiliza a Modelagem Matemática como metodologia, com o objetivo de mostrar aos professores da Educação Básica, possibilidades para o seu desenvolvimento. A partir de uma reportagem veiculada no site de um jornal local e busca de dados complementares na Internet, procuramos desenvolver uma proposta que favoreça, nos alunos, o desenvolvimento das habilidades referentes ao modo de lidar com os conteúdos matemáticos, da formação cidadã, crítica e política do ser humano. Para isso, iniciamos o texto discutindo o que entendemos sobre Modelagem Matemática, e assumimos a perspectiva sócio-crítica da Modelagem. Em seguida descrevemos a atividade proposta sob a ótica da perspectiva assumida, sugerindo ao professor possibilidades de discussões com os alunos, referentes às questões matemáticas e às questões políticas. Por fim tecemos nossas considerações finais, dialogando com Skovsmose, sobre as vantagens e os desafios desse tipo de trabalho.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem Matemática; Educação Matemática Crítica; Ação Política.

INTRODUÇÃO

Atualmente a Modelagem Matemática é amplamente discutida na comunidade científica da Educação Matemática, tanto nacionalmente, quanto internacionalmente (BARBOSA, 2006; BLOMHØJ, 2009). Essa discussão ampliou os estudos na área e consolidou a Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino alternativa ou complementar (dependendo do ponto de vista), às aulas de Matemática.

A Modelagem Matemática pode ser compreendida de diferentes modos dependendo da perspectiva ou da literatura que se assuma. Nós entendemos a Modelagem Matemática como "um solo para a construção de um ambiente de aprendizagem que permita ao aluno se expressar pela linguagem matemática, buscando comunicar-se sobre problemas do mundo contemporâneo, e, ainda, sobre o modo como eles veem esses problemas e os interpretam" (PEREZ, 2010, p. 54).

Do mesmo modo que existem várias definições, também existem diversos modos ou possibilidades de condução das atividades de Modelagem em sala de aula. Barbosa (2001)

entende essas possibilidades como “casos”. Os casos de Barbosa se diferenciam em relação ao compartilhamento das tarefas na atividade de Modelagem entre Professor e alunos.

Quanto as atuais perspectivas de Modelagem Matemática, Kaiser e Sriraman (2006) classificam-nas como: a realística ou modelagem aplicada, a modelagem contextual, a modelagem educacional que pode ser diferenciada em modelagem didática e modelagem conceitual, a modelagem sócio-crítica, a epistemológica ou modelagem teórica e a modelagem cognitiva que os autores descrevem como uma meta-perspectiva.

Apesar de ser grande o número de produções acadêmicas, os principais focos de estudo são a parte teórica da Modelagem e relatos de experiências desenvolvidos em sala de aula. Há poucos trabalhos que sugerem, aos Professores da Educação Básica, ou mesmo do Ensino Superior, modos de trabalhar a Modelagem Matemática em sala de aula. Esse fato motivou-nos a escrita deste texto em que sugerimos uma atividade que pode auxiliar o Professor que deseja utilizar essa metodologia com seus alunos. Sendo assim, nosso objetivo, neste artigo, é trazer sugestões para o trabalho com Modelagem Matemática na sala de aula da Educação Básica. Na proposta, assumimos a perspectiva sócio-crítica da Modelagem “cujas atividades buscam abranger o conhecimento de matemática, de modelagem e o reflexivo [...] [enfatizando] a matemática como um instrumento de questionamento das situações sociais” (BARBOSA, 2001, p. 29-30), que pode ser uma opção para a alfabetização matemática, um instrumento para a democracia e uma possibilidade de construção cidadã.

Para efeito de organização do texto, iniciamos com uma breve discussão sobre o que entendemos por Modelagem Matemática e, na sequência, discutimos a possibilidade de trabalho com a Modelagem em sala de aula.

UMA POSSIBILIDADE DE COMPREENSÃO SOBRE MODELAGEM MATEMÁTICA

Vimos nos autores que discutem Modelagem Matemática, diferentes concepções assumidas. Barbosa (2003, p. 69), por exemplo, define a Modelagem como “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”. Araújo (2007) discute as diferenças teóricas dos autores de Modelagem e afirma que, embora as concepções sejam distintas, há entre eles, um

ponto comum que é o objetivo de se trabalhar com a Modelagem como modo de estudar problemas da realidade por meio de teorias da matemática.

O ponto de maior divergência entre os autores esta em relação ao modo como eles compreendem a efetivação do trabalho com Modelagem. Não existe um modelo eleito como único para a utilização dessa metodologia, uma vez que o processo é flexível e pode ser desenvolvido em apenas uma aula, ou num projeto de longa duração.

Conforme dissemos anteriormente, as possibilidades de condução das atividades de Modelagem Matemática são variadas, porém, a maioria dos autores que tomamos como referência, são unânimes em afirmar que, o fazer modelagem em sala de aula diverge do ensino dito tradicional. A Modelagem não acontece nas aulas onde predomina o *paradigma do exercício*[1]em que o Professor explica o conteúdo, resolve exemplos para os alunos verem, e passa exercícios de aplicação ou fixação. Isso não significa que, ao adotar a Modelagem Matemática como metodologia em sala de aula, a resolução de exercícios deva ser descartada, mas indica que apenas o uso dessa prática empobrece o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Os Professores que pretendem trabalhar em sala de aula com a Modelagem Matemática devem levar em conta alguns fatores. Sabe-se que isso exige uma mudança de postura e que não é trivial. Se, em sala de aula, a prática docente leva o aluno à repetição, ou seja, se os alunos só vivenciam o paradigma do exercício em sua vida escolar, eles não irão, de imediato modelar matematicamente situações do cotidiano. Essa mudança de postura que exige um compromisso do aluno com o fazer matemática exige do Professor um cuidado para com a mudança.

O que propomos, neste texto, é que os Professores conheçam a metodologia da Modelagem Matemática e passem a considerá-la como possibilidade de ação em sala de aula estimulando, gradativamente, a sua prática. Sugerimos que o educador mostre aos alunos como fazer Modelagem, fazendo-os perceber que esse trabalho depende da expressão matemática utilizada por eles. Além disso, consideramos que o Professor deve ter uma atenção especial para que, ao trabalhar com Modelagem os alunos não recorram sempre aos mesmos conteúdos matemáticos ou aqueles conteúdos mais elementares como, por exemplo, as operações aritméticas elementares.

---

[1] Esse termo é utilizado por Skovsmose (2000).

O ideal é que, com o desenvolvimento de atividades de Modelagem, o conteúdo matemático trabalhado vá se diversificando e se ampliando. O acompanhamento do Professor é fundamental em todo o processo, inclusive no estudo de teorias matemáticas envolvidas na situação de Modelagem, pois deixar o aluno percorrer sozinho as rotas de Modelagem[2] pode comprometer o trabalho. Um dos objetivos do trabalho com Modelagem é, justamente, favorecer o aprofundamento dos conhecimentos matemáticos dos alunos, conforme defende Chaves e Espírito Santo (2007).

Outro argumento usado pelos autores em defesa da Modelagem relaciona-se ao fato dessa metodologia propiciar um momento de discussão e reflexão nas aulas de matemática que leve a formação cidadã. Exemplos de ações que levem a esse objetivo pode ser melhor compreendido no trabalho de Jacobini e Wodewotzki (2006), por exemplo[3]. Segundo o artigo 22 da LDB[4], um dos objetivos da Educação Básica, é "desenvolver o educando, assegurando-lhe a formação comum indispensável para o exercício da cidadania". O trabalho com a Modelagem abre, em sala de aula, um espaço para a reflexão sobre problemas do mundo contemporâneo e leva a um enriquecimento da cultura do aluno, uma vez que lhe permite, a partir da matemática, compreender situações do mundo vivido, da cultura geral e do desenvolvimento econômico e social.

A seguir, descrevemos uma possibilidade de trabalho com Modelagem Matemática sob a perspectiva sócio-crítica, discutindo sugestões e possibilidades de ação para o Professor.

ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA NA SALA DE AULA: UMA SUGESTÃO[5]

A atividade proposta pode ser desenvolvida com alunos de ensino fundamental e médio, utilizando como recurso a Internet. De acordo com a pesquisa realizada pela Universidade de Navarra e Fundação Telefônica, no Brasil, "cerca de 50% dos Professores nem utilizam e nem

---

[2]Borromeo Ferri (2006) usa o termo "rotas de modelagem" para se referir a escolha dos alunos do caminho a trilhar no processo de Modelagem. Para essa autora está claro que o processo de Modelagem não é muito linear.
[3] Trabalho publicado no Boletim de Educação Matemática, número 25.
[4] Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional.
[5] Em nosso texto, nos referimos às informações contidas na reportagem que foi publicada em 2009. Este artigo foi escrito nesse contexto histórico e os dados são compatíveis com a época. Como o objetivo do texto é sugerir um tipo de atividade de Modelagem e não a reprodução do que discutimos, não atualizamos os dados, somente enriquecemos as referências.

recomendam o uso da internet como recurso útil para estudos" (OKADA, 2009). No entanto alguns autores da Educação Matemática, como por exemplo, Borba e Malheiros (2007), dizem que, a internet poderá servir como uma grande base de dados para o trabalho com Modelagem. Com esse recurso pode-se levar o aluno a coletar os dados necessários à realização do trabalho com Modelagem. Por exemplo, se o tema eleito para a atividade exige conhecimento de dados sobre a população de um município específico, pode-se acessar o site da prefeitura local e coletar as informações de que precisamos. Porém, cabe ao Professor verificar se os sites acessados são confiáveis, ou seja, se os dados encontrados na rede, pelos alunos, são oficiais.

Considerando o auxílio da rede mundial de computadores, pode-se traçar um plano de ação para o trabalho com Modelagem Matemática em sala de aula. Nesse plano, a primeira etapa, é a escolha do tema. Essa escolha pode ser sugerida pelo Professor ou eleita pelos alunos, dependendo da série em que a atividade será desenvolvida. A título de exemplo, para comentarmos a possibilidade do trabalho com Modelagem, vamos eleger um tema a partir de uma reportagem publicada no site do jornal "*Diário do Grande ABC*", que traz informações sobre a "produção" de água na cidade de Santo André[6]. A escolha dessa fonte – o "Diário do Grande ABC" – dá-se pelo contexto de nossa vivência que nos permite avaliar a veracidade das informações veiculadas pelo jornal. Esse é, portanto, mais um dado importante a ser considerado na eleição dos temas e das fontes de pesquisa, uma vez que caberá ao Professor avaliar a veridicidade das informações.

Para o início do diálogo vamos trazer a reportagem veiculada pelo jornal em sua página eletrônica, conforme segue:

[6] Barbosa (2004) em seu texto, A "contextualização" e a Modelagem Matemática do ensino médio, relata uma experiência vivida em sala de aula, no âmbito da Modelagem Matemática, que também se orienta por uma reportagem de jornal.

Santo André quer produzir a própria água

Isis Mastromano
Do Diário do Grande ABC

Em vez de comprar, produzir água. Santo André pode ser o primeiro município da região a engatilhar a ideia que pode render economia para a cidade que hoje deve mais de R$ 780 milhões à Sabesp (Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo) pela compra de água no atacado.

É a estatal quem capta, produz e vende água para todas as cidades sendo as autarquias municipais responsáveis somente pela distribuição para casas e indústrias e pelo gerenciamento da água. Somente São Bernardo, Ribeirão Pires e Rio Grande da Serra são atendidas pela própria Sabesp.

Historicamente, Santo André é a única cidade do Grande ABC que já consegue produzir parte da água que consome. Em 1943 construiu a ETA (Estação de Tratamento de Água) Guarará que gera atualmente 6% da água que os moradores consomem, ou, 150 litros de água por segundo.

A ideia de municipalizar a produção de água não é nova, é ensaiada desde 1996 pela cidade e os novos gestores municipais pretendem retomá-la.

Em 1997, por decisão da administração vigente, a iniciativa foi interrompida.

O Semasa (Serviço Municipal de Saneamento Ambiental de Santo André) aposta em três frentes para que o plano ganhe vida: reduzir as perdas com o conserto de redes de água e combate a fraudes e construir duas ETAs, uma de água potável e outra de água de reúso.

A futura ETA se serviria de dois braços da Represa Billings, os ribeirões Grande e Pequeno. Ambos mananciais responderiam por 1.500 litros de água por segundo.

A construção da estação de água de reúso seria voltada para servir as indústrias do Polo Petroquímico e as empresas do eixo Tamanduateí e produziria 400 litros por segundo.

Atualmente, até mesmo para ter água de reúso Santo André precisa de arcar com a compra dos 780 mil litros que utiliza para lavagem de vias públicas, regar áreas verdes e desobstruir redes de esgoto e galerias de águas pluviais todo mês.

A água reaproveitada também é vendida pela Sabesp e é fruto da ETE (Estação de Tratamento de Esgoto) ABC.

O Semasa garante que com as novas estações de tratamento de água aliadas ao trabalho de redução de perdas é possível abastecer todo o município, visto que hoje o consumo em Santo André é de 2.100 litros por segundo.

HISTÓRICO - Há 13 anos o Semasa obteve autorização do DNAEE (Departamento Nacional de Água e Energia Elétrica) para dar o pontapé inicial na produção de sua própria água. A autarquia estuda agora pedir autorização ao DAEE (Departamento de Água e Energia Elétrica) do Estado que autoriza empresas, indústrias e órgãos públicos a captarem água de mananciais. Não há cobrança pela água retirada da natureza e a lei que pretende onerar quem explora o recurso natural aguarda ser autorizada pelo governo estadual.

De acordo com o Semasa, ainda não existe uma definição sobre a verba que o município economizaria se produzisse 100% de sua água.

"Não há determinação legal para que a cidade não produza sua própria água, mas para o Estado não é interessante que o município seja autossuficiente", aponta o pesquisador do departamento de hidráulica da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Lauro Mendes.

O Semasa afirmou não sofrer bloqueio da Sabesp para entrar no rol dos produtores de água. A Sabesp foi procurada pela reportagem mas não quis comentar o assunto.

Figura 1 – Reportagem tirada do site do jornal < http//www.dgabc.com.br >.

Embora o objetivo principal no desenvolvimento de atividades nas aulas de matemática seja a aprendizagem dos conteúdos da disciplina, essa natureza metodológica permite, ao Professor, ir além dos conteúdos, isto é, permite-lhe realizar uma atividade transdisciplinar. Não queremos, neste texto, discutir o que é a transdisciplinaridade, mas só para elucidar o dito, podemos afirmar que, um trabalho dessa natureza, realizado com os alunos, permite-lhes aprender além dos conteúdos matemáticos ou disciplinares. É o que defendemos em um trabalho anterior (PEREZ; PAULO, 2008) quando afirmamos que vemos a possibilidade de se ensinar pela Matemática, ao invés de ensinar apenas para a Matemática.

No caso da reportagem escolhida para análise, a discussão pode iniciar-se pela primeira frase do artigo: "*Em vez de comprar, produzir água*". Esta afirmação nos dá a impressão que a água é produzida, assim como, por exemplo, um pão ou um sofá, o que nos leva a um absurdo, do ponto de vista da Educação Ambiental. Esse absurdo funda-se na ideia de que, a água, por ser "produzida", basta abrir a torneira, e pronto, lá está ela, sempre que precisarmos ou quisermos. A leitura atenta da matéria nos mostra que, na realidade, o fato não é bem esse. O que a cidade de Santo André pretende é fazer o tratamento da água utilizada pelo município, construindo duas Estações de Tratamento de Água (ETA), em dois braços da represa Billings, que passam pela cidade. Porém, é importante ser feita essa discussão prévia antes de iniciar a investigação utilizando a Modelagem Matemática a partir dos dados fornecidos pela reportagem.

Voltando-nos para os dados, um que chama a atenção ao ler a reportagem, é o consumo de água da cidade atualmente: 2.100 litros por segundo. Pode ser o ponto inicial para a discussão matemática. Propondo aos alunos investigar quais são os consumos diário, mensal e anual e a média por habitante, tem-se um bom começo.

Se partirmos do fato de que, cada dia tem 86.400 segundos, o consumo diário, de água, na cidade é de 181.440.000 litros de água. Percebe-se que se calcularmos os consumos mensais e anuais, obteremos números ainda maiores. Como lidar com números de tal grandeza? Essa questão leva a um tema matemático. Para tratar com números dessa ordem de grandeza pode-se discutir a notação científica com os alunos. O conhecimento da notação cientifica irá permitir-lhes "transformar" a escrita numérica, pois, ao invés de usar o número 181.440.000, poder-se-á escrever $1{,}8144 \cdot 10^8$ litros por dia. Já o consumo mensal será de $4{,}35456 \cdot 10^9$ litros e o anual de $1{,}5894144 \cdot 10^{12}$ litros. Muda-se a escrita, mas ainda temos um problema: como lidar com a leitura desses números? Essa é outra questão de natureza matemática. Para ler esses números é importante que façamos uma associação dos valores obtidos com a escrita na potência de base 10, com a ordem de grandeza do número. Ou seja, é fundamental para a leitura e compreensão do número entender a ordem de grandeza de tal número. Se tivermos 10^0 temos as unidades, 10^1 as dezenas, 10^2, as centenas, e assim sucessivamente como podemos observar na tabela abaixo:

Notação científica (na forma de potência)	Ordem de grandeza do número, ou classes
10^0	Classe das unidades
10^3	Classe dos milhares
10^6	Classe dos milhões
10^9	Classe dos bilhões
10^{12}	Classe dos trilhões

Tabela 1: Relação entre notação científica e ordem de grandeza do número.

Assim, um número como $1{,}5894144 \cdot 10^{12}$ expressa um consumo anual de água, na cidade de Santo André, da ordem de um trilhão, quinhentos e oitenta e nove bilhões, quatrocentos e catorze milhões e quatrocentos mil litros de água. Mas como conhecer o número, isto é, a quantidade que esse valor representa? O que se compararia a esse número? Acreditamos que os alunos, ao chegarem a esses dados, ficarão surpresos com a dimensão dos números obtidos e, nesse momento, é importante buscar algumas analogias que lhes permitam ter noção do "tamanho" que esse valor expressa.

Para continuar a investigação proposta, precisamos do número de habitantes da cidade, informação que não consta da reportagem. Nesse caso, sugerimos o uso da Internet. Acessando o site da prefeitura local pode-se coletar o que é requerido. A prefeitura disponibiliza, no site, um documento denominado "*Sumário de dados 2007*", que traz informações diversas sobre o município. De acordo com esse documento a cidade tinha, em 2006, 673.234 habitantes.

Por meio de uma divisão[7] obtém-se que, a média do consumo de água por habitante, é de 269,5 litros de água por dia, 8.085 por mês e 2.951.025 por ano. Algumas questões deverão surgir a partir desses dados, e o Professor deverá instigar os alunos a refletirem sobre o resultado obtido no cálculo efetuado.

Para a reflexão, podem-se sugerir questões como, por exemplo, "esses dados estão corretos?", "é possível que cada habitante consuma 270 litros de água por dia?", "quanto de

[7] Pode-se, inclusive, usar uma calculadora para realizar a divisão já que o pretendido é a discussão do resultado e não a técnica operatória.

água é consumido por dia na sua casa?", "e por mês?". A partir daí será necessário verificar essas informações. Consultando o documento citado anteriormente, o *Sumário de dados*, verificamos que o consumo diário da cidade em 2006 era de aproximadamente 160 milhões de litros de água, próximo do valor obtido pelos alunos para 2009, que é de 180 milhões de litros. Espera-se que os alunos observem que após três anos esse consumo deva ter aumentado e, portanto o valor obtido é razoável. É possível, também no documento, verificar que a oferta individual de água em 2006 era de 0,248 m^3 por dia. Para confrontar com os dados obtidos, é necessário realizar uma transformação na unidade de medida de volume, passando de 269,5 litros para m^3, associando a cada m^3 um volume de 1000 litros. Tem-se, então, um momento oportuno para o Professor discutir medidas de capacidade.

Após a transformação, vê-se que o consumo diário obtido representa 0,269 m^3 de água, que está próximo do que é fornecido pelo site da prefeitura. Ou seja, os cálculos dos alunos estão corretos. A partir da discussão desses valores abre-se possibilidade de novos trabalhos com conteúdos matemáticos, questionando-se o consumo de água residencial de cada um deles. Para tanto se podem levantar questões como: "qual a capacidade da caixa d'água da sua casa?", "será que consumimos a capacidade de uma caixa d'água por dia?", entre outras.

A partir das questões levantadas os alunos provavelmente irão perceber que o consumo diário calculado é maior do que realmente se consome. Mas por quê? A reportagem dá algumas informações que podem responder a isso como, por exemplo, o volume de água utilizado para lavagem de vias públicas, para regar áreas verdes, para desobstruir redes de esgoto e galeria de águas pluviais e, também, o fato da cidade em questão ter várias indústrias, tais como as do Polo Petroquímico e as do eixo Tamanduateí, onde o consumo de água pode ser superior ao residencial. Esse movimento vai nos colocando em um novo caminho que possibilita reflexões de outra natureza. Se perguntarmos, "será que as novas ETA que a prefeitura deseja construir na cidade atenderão a demanda?"; "A cidade economizará com isso?"; "Qual o impacto ambiental causado?" estamos indo rumo a um trabalho além do conteúdo matemático.

De acordo com a reportagem as duas novas ETA responderiam por 1.500 litros de água por segundo. Somados a capacidade da estação de água de reuso, que responderia por

400 litros de água por segundo e a ETA de Guarará que, segundo a reportagem, atende a 6% do consumo, ou seja, 150 litros de água por segundo chegamos ao valor de 2050 litros de água por segundo. Vê-se, pelos cálculos efetuados, que tal produção não atende o consumo atual. Inclusive, a análise do dado fornecido, 6% do consumo atual de 2100 litros por segundo, permite-nos ver que ele equivale a 126 litros por segundo, fato que mostra a não veracidade da informação de uma capacidade de 150 litros por segundo da ETA de Guararema. Usando os dados de 2006, fornecidos pela prefeitura municipal, pode-se calcular que o fornecimento da ETA de Guararema corresponde aos valores de 6% da produção deste ano, ou seja, a 119 litros por segundo. Por meio dessa análise, pode-se, inclusive, discutir com os alunos, a confiabilidade dos dados fornecidos por jornais.

Em relação às vantagens econômicas, é possível verificar, na própria reportagem, que nem o SEMASA (Serviço Municipal de Saneamento Ambiental de Santo André) consegue dizer qual seria a economia para o município, caso este fosse autossuficiente. Esse fato pode servir de base para uma discussão política[8] na sala de aula, dependo da série em que se esteja trabalhando.

Essa discussão política pode ser evidenciada tanto pelos dados fornecidos pela reportagem quanto pelo que eles levam a discussão. Por exemplo, nota-se que, hoje, a prefeitura de Santo André deve mais de R$ 780 milhões a SABESP (Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo), sua principal fornecedora de água. Existe essa proposta para o município se tornar autossuficiente e não precisar mais dos serviços da empresa, porém, a prefeitura não sabe dizer quanto a cidade economizaria com isso. Questionamos: “é economicamente viável a construção de duas novas ETA?”, “os ribeirões utilizados comportariam a retirada diária de água?”, “quais vantagens teríamos em não precisar mais do serviço da SABESP?”, “essa proposta foi formulada visando ao Desenvolvimento Sustentável do município ou apenas a um meio de suspender o serviço prestado pela SABESP, já que ela é uma autarquia do governo estadual que tem no comando partido político diferente do que governa a prefeitura?”. Tal reflexão é o que favorece a formação cidadã, uma vez que põe em pauta a discussão dos direitos e deveres tanto civis

[8] Para mais detalhes sobre a importância de um trabalho de natureza político, em sala de aula, recomenda-se a leitura de Jacobini (2004).

como do poder público destacando a responsabilidade do sujeito para com a exigência de seus direitos.

Outra questão a ser discutida é o custo do fornecimento de água da SABESP para o município. De acordo como *Sumário de Dados* o custo em 2006 foi de U$ 0,46 por m³. Convertendo esse valor para a nossa moeda, ou seja, para reais, pela cotação de 21 de abril de 2009, teríamos o valor de R$ 1,03 por m³. Como o consumo calculado anteriormente foi de $1{,}5894144 \cdot 10^{12}$ litros por ano, quantia que equivale a $1{,}5894144 \cdot 10^{9}$ m³, chegaríamos a um valor aproximado de R$ 1.640.000.000 (um bilhão, seiscentos e quarenta milhões de reais), um pouco mais do dobro do valor que a prefeitura deve à SABESP. Daí surge a seguinte questão: se os usuários pagam para a prefeitura pelo seu consumo mensal, e esta, por sua vez, repassa o valor recebido para a SABESP, por que essa dívida? O que acontece com o dinheiro pago pelos munícipes? Embora se tenha discutido que o consumo individual, ou do cidadão, é apenas parte do gasto, questões dessa natureza levam os alunos a refletirem sobre o que, muitas vezes, passa despercebido quando lemos, sem muita atenção, uma reportagem. Essa atenção é despertada pela natureza da atividade proposta que, dirigida pela Modelagem, faz emergir possibilidades de discussão que são guiadas pela percepção e pelo conhecimento do Professor tanto quanto pelo envolvimento dos alunos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Skovsmose (2000) nos lembra que o Professor, ao propor questões de reflexão aos seus alunos, visando o desenvolvimento de um trabalho com a Modelagem em sala de aula, cria um cenário propício para a investigação, ou seja, possibilita um ambiente para a aprendizagem que se dá pelo caráter investigativo. Esse cenário permite discutir conteúdos trabalhados em aula, bem como aponta caminhos a serem seguidos. A partir das discussões as possibilidades de uso de conteúdos matemáticos vão emergindo. A intervenção do Professor é importante durante todo o processo, conforme dissemos no início deste texto, e pode ocorrer de maneira distinta. Cabe, ao Professor, conduzir a investigação de modo responsável e coerente com os objetivos que estabeleceu para a sua disciplina. Porém, Barbosa (2003) ressalta que, embora sejam decorrentes da responsabilidade do Professor, as possibilidades abertas no trabalho com Modelagem, se diferenciam no diálogo estabelecido com o grupo. Ou

seja, o Professor pode e deve compartilhar as rotas de Modelagem com o aluno e, ao compartilhar, novos rumos podem ser dados. Dificuldades e sugestões que ao longo da caminhada vão surgindo, são indícios de um novo caminho a ser trilhado. Em nossa proposta de trabalho, a elaboração da situação problema fica a cargo do Professor e as possíveis rotas do trabalho com a Modelagem, são compartilhadas com os alunos.

Skovsmose (2001) defende que a escolha do tema para a Modelagem, deve possibilitar uma discussão política, pois o autor considera como um dos aspectos principais da Educação Matemática Crítica, a possibilidade de democratização na sala de aula que permite educar pela matemática. Mas, porque esse modo de agir deve estar presente na sala de aula?

O autor defende que no cenário educacional atual a Matemática deve ganhar um novo significado no currículo, e deixar de ser uma disciplina separada das demais, integrando-se, mas conservando suas especificidades.

Entendemos a Matemática como uma área que pode, através de sua linguagem, ou do seu modo de expressar fatos, ajudar a entender, interpretar e resolver problemas do mundo contemporâneo. Trabalhar com a Modelagem é, segundo nosso modo de entender, justamente favorecer aos alunos o desenvolvimento da habilidade de "ver" o mundo a partir da linguagem matemática e "entender as funções das aplicações da matemática na sociedade" (SKOVSMOSE, 2001, p. 88). É orientá-los a utilizar o conteúdo matemático para buscar comunicar o compreendido dos problemas do mundo contemporâneo, interpretando-os e expressando o compreendido na busca de soluções compartilhadas.

Estamos cientes da dificuldade de quebrar paradigmas como os da resolução de exercícios, ainda mais quando isso já é uma "aceitação" cultural assumida nas aulas de matemática. Porém, não podemos ficar alheios às mudanças sociais que exigem a formação de um sujeito mais crítico, com capacidade de opinar, orientar-se e tomar decisões. Entendemos que uma mudança no modo de agir em sala de aula pode vir a contribuir para essa formação mais cidadã e, consequentemente, para a construção de uma sociedade mais justa e democrática. Essa tarefa não cabe, somente, aos pesquisadores, aos políticos ou aos alunos. Ela é de responsabilidade, também, dos Professores, que têm autonomia para determinar a metodologia que usará em suas aulas. Skovsmose (2000) afirma que, embora seja difícil para o Professor sair da zona de conforto e ir para a zona de risco, é importante tentar quebrar o

paradigma do exercício e buscar alternativas mais viáveis e compatíveis com as exigências da realidade atual. O Professor, mesmo diante da dificuldade reconhecida, deve encarar esse desafio e estar ciente que qualquer trabalho em um cenário de investigação tem como pano de fundo a incerteza.

Essas incertezas podem ser relativas ao ponto de partida, a caminhada a ser empreendida ou mesmo ao ponto de chegada. Porém há o conforto de uma única certeza: são possibilidades de agir e, como tal, se oferecem a compreensões, interpretações e modos distintos de serem concretizadas.

Para a atividade proposta, por exemplo, existem inúmeras possibilidades de desenvolvimento. Pode-se, inclusive, *ir além* nas investigações, o que propiciaria a inclusão de outros conteúdos matemáticos. Porém, o objetivo principal do texto é mostrar **uma** possibilidade de trabalhar com situações de Modelagem Matemática. E elas são muitas. Esperamos que, a partir desta sugestão, o Professor busque alternativas para trabalhar com seus alunos, construindo um caminhar próprio, que seja orientado pela certeza de que o trabalho com a Modelagem depende da sua criatividade e do domínio do conteúdo de sua disciplina. Isso indica a variedade, pois cada Professor é criativo de maneira diferente e leva os seus alunos a interpretarem as situações propostas, também, de modos diferentes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAUJO, Jussara de Loiola. **Relação entre matemática e realidade em algumas perspectivas de Modelagem Matemática na Educação Matemática**. In: BARBOSA, Jonei Cerqueira; CALDEIRA, Ademir Donizete; ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Modelagem matemática na educação brasileira***:* pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p. 115-133. (Biblioteca do Educador Matemático, v.3).

BARBOSA, Jonei Cequeira. **Modelagem Matemática na sala de aula**. Perspectiva, Erechim, v. 27, n. 98, p. 65 – 74, jun. 2003.

_____. ***A* "contextualização" e a Modelagem Matemática do ensino médio**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8. 2004, Recife. Anais. Recife: SBEM, 2004. 1 CD-ROM.

_____. **Mathematical modelling in classroom: a socio-critical and discursive perspective**. **ZDM. ZentralblattfürDidaktik der Mathematik**, Karlsruhe, v. 38, p. 293-301, 2006.

BLOMHØJ, Morten. **Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modeling***:* categorising the TSG 21 papers. 2009. Disponível em: <http://diggy.ruc.dk:8080/retrieve/14388>. Acesso em: 20 maio 2010.

BORBA, Marcelo; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Diferentes formas de interação entre internet e Modelagem: desenvolvimento de projetos e o CVM**. In: BARBOSA, Jonei Cerqueira; CALDEIRA, Ademir Donizete; ARAÚJO, Jussara de Loiola. **Modelagem matemática na educação brasileira***:* pesquisas e práticas educacionais. Recife: SBEM, 2007. p. 115-133. (Biblioteca do Educador Matemático, v.3).

BORROMEO FERRI, Rita. Theoretical and empirical differentiations of phases in the modeling process. **ZDM. Zentralblattfür Didaktik der Mathematik,** Karlsruhe, v. 38, p. 86-95, 2006.

BRASIL. Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**. Disponível em: <ftp://ftp.fnde.gov.br/web/siope_web/lei_n9394_20121996.pdf>. Acesso em: 27 abr. 2009.

CHAVES, Maria Isaura de Albuquerque; ESPÍRITO SANTO, Adilson Oliveira do. Modelagem Matemática: uma concepção e várias possibilidades. **BOLEMA – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 30, p. 149-162, 2008.

JACOBINI, Otavio Roberto. **A Modelagem Matemática como instrumento de ação política na sala de aula**. 2004. 267 f. Tese (Doutorado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

_____; WODEWOTZKI, Maria Lucia L. Uma reflexão sobre a Modelagem matemática no contexto da educação matemática crítica. **BOLEMA – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 25, p. 71-88, 2006.

MASTROMANO, Isis. **Santo André quer produzir a própria água**. Disponível em: <http://setecidades.dgabc.com.br/default.asp?pt=secao&pg=detalhe&c=1&id=5739847&titulo=Santo+Andre+quer+produzir+a+propria+agua>. Acesso em: 20 abr. 2009.

OKADA, Ana. **Internet ainda é pouco usada em salas de aulas no país.** Disponível em <http://educacao.uol.com.br/ultnot/2009/04/06/ult105u7840.jhtm>. Acesso em: 16 abr. 2009.

PEREZ, Jeferson de Freitas; PAULO, Rosa Monteiro. **Educação Matemática e Ambiental: Em busca de caminhos e perspectivas.** In: XII EBRAPEM – XII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2008, Rio Claro. **Anais eletrônicos**. Disponível em: <http://www2.rc.unesp.br/eventos/matematica/ebrapem2008/upload/195-1-A-gt9_perez_ta.pdf >. Acesso em: 21 abr. 2009.

_____. **O trabalho com modelagem matemática em sala de aula: o significado da pesquisa na perspectiva do aluno**. 2010. 122 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2010.

SANTO ANDRÉ. **Sumário de dados 2007**: ano base 2006. Disponível em: <http://www.santoandre.sp.gov.br/biblioteca/bv/hemdig_txt/080806001.pdf>. Acesso em: 21 abr. 2009.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **BOLEMA – Boletim de Educação Matemática**. Rio Claro, n. 14, p. 66 – 91, 2000.

_____. **Educação Matemática Crítica**: a questão da democracia. 4ª Ed. Campinas: Papirus, 2001. (Coleção perspectivas em educação matemática).